

文章编号:1000-8055(2013)10-2376-08

某固体火箭发动机工作末期不稳定燃烧

苏万兴¹, 李世鹏¹, 张 峤², 赵艳栋¹, 叶青青¹, 王宁飞¹

(1. 北京理工大学 宇航学院, 北京 100081;

2. 中国空间技术研究院 载人航天总体部, 北京 100094)

摘 要: 针对某固体火箭发动机工作末期出现的压力振荡现象开展了数值研究与线性预估. 通过有限元方法得到了燃烧室空腔的声模态及固有声振频率, 轴向 1 阶与 2 阶声振频率随燃面退移先减小后增大; 利用大涡模拟方法分析了燃烧室内的流场特性及压力振荡特性, 振荡频率与试验结果一致, 判定该发动机出现了以轴向 1 阶声振频率为主导的不稳定燃烧; 其次分析了发动机内阻尼特性, 其阻尼随燃面退移不断减小; 最后通过不稳定燃烧线性理论解释了该发动机工作末期出现压力振荡的机理, 表明燃面退移过程中喉通比下降是导致发动机由线性稳定转向线性不稳定状态的关键因素.

关 键 词: 固体火箭发动机; 不稳定燃烧; 压力振荡; 声模态分析; 阻尼特性

中图分类号: V435. 12

文献标志码: A

Combustion instability at end of burning in a solid rocket motor

SU Wan-xing¹, LI Shi-peng¹, ZHANG Qiao², ZHAO Yan-dong¹,

YE Qing-qing¹, WANG Ning-fei¹

(1. School of Aerospace Engineering,

Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. Institute of Manned Space System Engineering,

China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China)

Abstract: Based on a solid rocket motor (SRM), numerical simulation with linear prediction was carried out to study the pressure oscillation at the end of burning. Acoustic modes and natural acoustic frequencies of combustor chamber were obtained by finite element analysis (FEA) method. The results indicate that the first and second axial acoustic frequencies first decrease and then increase with the regression of the burning surface. The flow-field and pressure oscillation characteristics of the combustor were analyzed via large eddy simulation (LES) method. The oscillation frequency was well consistent with the experimental value, confirming that the SRM presented fundamental acoustic combustion instability. Then the damping effect of the motor was analyzed. It shows that the total damping continuously decrease with the regression of the burning surface. Finally, the pressure oscillation mechanism at the end of burning was explained via linear combustion instability theory. The decrease of the throat-to-port area ratio is a key factor that makes the SRM turn from linear stable state to linear unstable state.

Key words: solid rocket motor; combustion instability; pressure oscillation; acoustic mode analysis; damping effect

收稿日期: 2012-10-17

网络出版地址:

基金项目: 国家自然科学基金(51076015)

作者简介: 苏万兴(1987—), 男, 甘肃武威人, 博士生, 研究方向为固体火箭发动机不稳定燃烧.

通讯作者: 李世鹏(1973—), 男, 山东五莲人, 副教授、博士生导师, 博士, 研究方向为固体火箭发动机设计. E-mail: lsp@bit.edu.cn

固体火箭发动机不稳定燃烧是推进剂燃烧及流动对声能放大的过程,表现为燃烧室压力、推进剂燃速等参数随时间作周期或近似周期性的变化^[1]. 不稳定燃烧将导致推力振荡及弹体振动,轻则引起内弹道曲线异常,严重时将会导致飞行任务失败. 自第二次世界大战后期开始,国外开展了相应的研究工作,经过几十年的努力,研究人员逐步探明了不稳定燃烧的机理并找到一些经验或半经验的抑振方法^[2]. 随着含铝复合推进剂的使用,研究发现铝粉燃烧产生的惰性颗粒对压力振荡有较强的抑制作用,基本清除了不稳定燃烧现象,之后人们对不稳定燃烧的关注程度逐渐下降.

随着航天事业的发展,国外大型运载器相继使用大型固体火箭发动机作为助推器,在其工作过程中发现一系列的分段式固体火箭发动机仍然存在不稳定燃烧现象^[3-4]. 国内在研的一些高装填、大长径比、翼柱装药、高能推进剂的固体火箭发动机在试验过程中也出现了比较严重的压力振荡^[5]. 因此,需要对不稳定燃烧现象继续展开深入研究.

本文针对某固体火箭发动机飞行试验中工作末期出现的压力振荡现象进行了数值研究与线性预估. 对某固体火箭发动机不同工作时刻的空腔进行了声学特性分析,探讨了声振频率随燃面退移的变化规律;利用大涡模拟数值方法分析了燃烧室内的流场特性及压力振荡特性;最后通过不稳定燃烧线性理论解释了该发动机工作末期出现压力振荡的机理.

1 问题描述

某固体火箭发动机工作初期燃烧室空腔结构如图 1 所示,该发动机在头部和末端均采用了翼柱装药,翼槽数为 9,长径比 L/D 约为 6(初始时刻管型装药段可达 20).

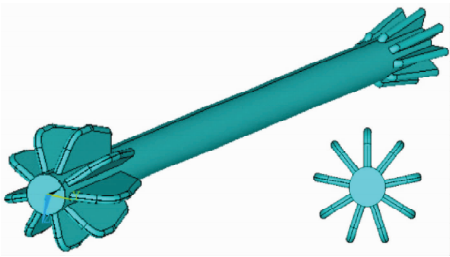


图 1 某固体火箭发动机燃烧室空腔结构
Fig. 1 Chamber structure of a solid rocket motor

某固体火箭发动机飞行试验中,由遥测数据可以看出,发动机在工作末期出现了较为严重的压力振荡现象, $p-t$ 曲线如图 2 所示(p 为燃烧室压力, $\bar{p}$ 为平均压力). 某固体火箭发动机工作至 20 s 前, $p-t$ 曲线比较平稳,从 30 s 左右开始出现微小的压力振荡,之后压力振荡程度逐渐增大,直至发动机工作结束.

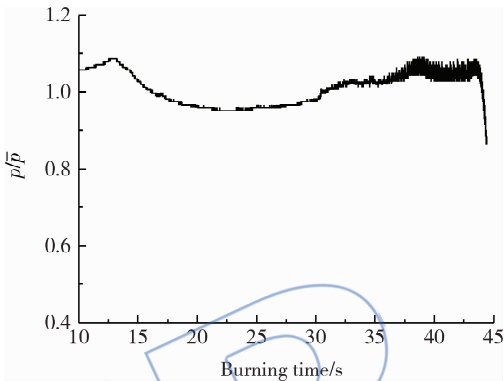
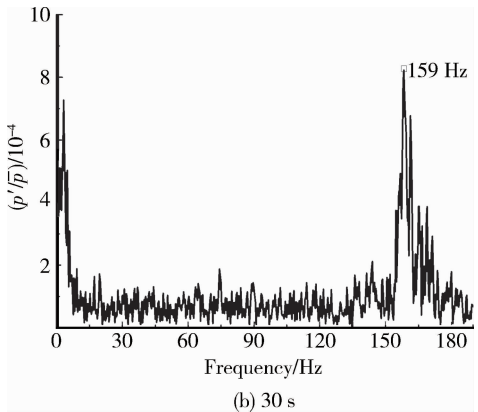
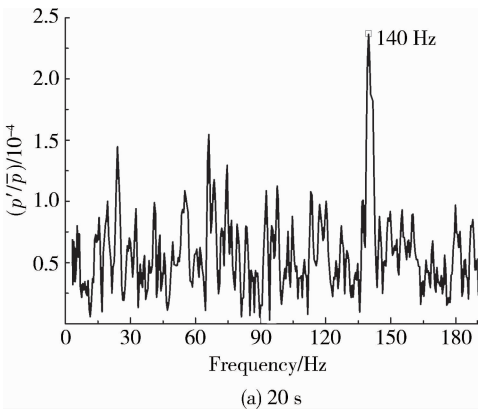


图 2 某固体火箭发动机 $p-t$ 曲线
Fig. 2 $p-t$ curve of a solid rocket motor

选取了 3 个典型工作时刻,并对压力振荡数据进行了快速傅里叶分析,结果如图 3 所示(p' 为波动压力).



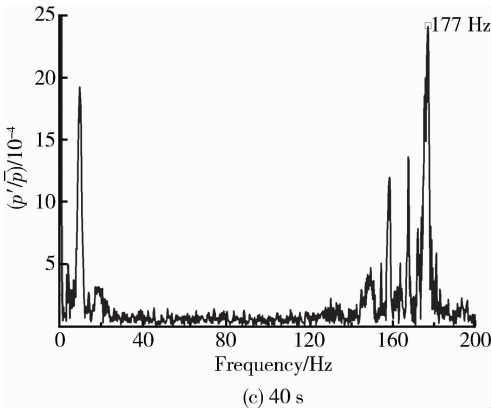


图 3 某固体火箭发动机不同工作时刻下
压力振荡谱图

Fig. 3 Pressure spectrum of a solid rocket motor
at different burning time

由压力振荡谱图可以看出,在发动机工作至 20 s 时,燃烧室压力振荡比较微弱,其中振荡主频为 140 Hz,压力振幅占平均压力的 0.024%,该振荡非常微弱,对发动机工作特性基本上没有影响,可忽略不计;当发动机工作至 30 s 时,逐步出现了压力振荡,振荡频率为 159 Hz,振荡幅值明显增大,占平均压力的 0.084% 左右,当发动机工作至 40 s 时,压力振荡比较严重,此时燃烧室内压力振荡的主频为 177 Hz,压力振幅占平均压力的 0.24%。压力振荡进一步引起推进剂燃速振荡,从而造成平均压力偏移预估压力。初步判断该发动机出现了轴向声不稳定燃烧,下文通过有限元方法对燃烧室进行声模态与声振频率分析,继而进行流场计算,进一步分析某固体火箭发动机的压力振荡特性。

2 数值计算方法及模型

2.1 声学特性分析方法

固体火箭发动机不稳定燃烧是装药燃烧过程和发动机内腔声振荡过程相互作用的结果,声振型研究对发动机进行稳定性预估有着重要意义。为方便求解固体火箭发动机燃烧室中的波动方程,将燃烧室内质量守恒、动量守恒、能量守恒及物态方程经线性化处理后,燃烧室内简谐声场可用亥姆霍兹方程描述^[6]如下:

$$\nabla^2 p + k_n^2 p = 0 \quad (1)$$

其中 k_n 为复波数($k_n = \omega/\bar{a}$, ω 是角频率, $\bar{a}$ 是平均声速)。

采用有限元方法,对三维波动方程进行离散,

可得到声腔模态方程的单元矩阵形式

$$(\mathbf{K}_f - \omega_n^2 \mathbf{M}_f) \mathbf{p} = 0 \quad (2)$$

式中 $\mathbf{K}_f$ 为声刚度矩阵; $\mathbf{M}_f$ 为声质量矩阵。使用有限元法求得声特征向量 $\mathbf{p}$ 及特征根 ω_n , 由 $f_n = \omega_n/2\pi$ 即可求出声振频率。该方法在求解空腔固有声模态中得到了广泛的应用^[7-8]。

2.2 大涡模拟数值计算方法

大涡模拟(LES)以其耗散小、精度高的优势,被广泛地运用于模拟流动、燃烧的细微环节。因此,可利用 LES 来计算压力振荡引起的声波运动。利用空间滤波器 G 将流场变量分为可解尺度脉动量与亚格子尺度脉动量^[9]

$$\begin{cases} \tilde{f}(x, t) = \tilde{f}^r(x, t) + \tilde{f}^s(x, t) \\ \tilde{f}^r(x, t) = \int_D G(x - x', \Delta) \tilde{f}(x', t) d^3 x' \end{cases} \quad (3)$$

其中 D 是计算区域, Δ 是决定亚格子尺度结构的网格大小, f 是流场参数, 如 ρ (密度), u (速度), T (温度)等。上标 r 与 s 分别表示可解尺度(resolved)与亚格子尺度(subgrid)流场特性。本文数值模拟工作基于软件 FLUENT, 详细的控制方程、亚格子模型及数值方法可靠度见文献[10]。

对于连续方程与动量方程, 为了避免中心差分格式产生的数值振荡, 采用 BCD(bounded central differencing)格式进行离散, 能量方程则采用 power law 格式以加速收敛。时间采用 2 阶隐式格式, 计算步长为 5×10^{-6} s, 库朗特数为 1。

2.3 计算模型及边界条件

通过软件 ANSYS 中的 acoustic 30 声流体单元对图 1 所示的三维声腔建立有限元模型。模型表面定义零位移约束, 取声介质密度为 4.0 kg/m^3 , 平均声速为 1186 m/s 。

三维大涡能够比较准确地模拟展向旋涡的运动规律, 计算结果也能更加符合实际情况。然而, 实际发动机尺寸较大, 目前计算条件难以承受极大的网格数量及计算时间。众多研究中均将三维模型简化为二维模型来处理, 二维大涡模拟同样能够获取旋涡的运动规律, 并能较好地提取燃烧室内的压力振荡特性^[10-12]。本研究中将某固体火箭发动机简化为二维模型, 选取了 3 个典型工况进行计算分析, 分别是发动机工作至 20 s(发动机工作稳定阶段), 30 s(发动机初步开始出现压力振荡现象)及 40 s(压力振荡较严重时)。某固体火箭发动机工作至 20 s 时的计算区域如图 4 所示。

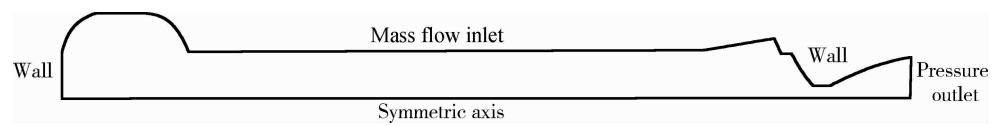


图 4 某固体火箭发动机工作至 20 s 时计算区域及相应边界条件

Fig. 4 Computational domain and boundary conditions of a solid rocket motor at burning time of 20 s

对于某固体火箭发动机,计算采用的边界条件如下:质量通量入口为 $\dot{m}_{\text{flux}}=8.4\text{ kg}/(\text{m}^2\cdot\text{s})$,入口温度为 3500 K. 由于气体在拉瓦尔喷管处加速至超声速,出口截面参数通过外推求得. 壁面边界选用无滑移边界条件.

3 计算结果及分析

3.1 某固体火箭发动机声学特性

某固体火箭发动机工作至 40 s 左右时出现了较为严重的低频不稳定燃烧现象,此时,头部和末端翼柱消失,发动机空腔基本呈现圆柱构型. 图 5 所示为某固体火箭发动机工作至 40 s 时空腔的前 4 阶轴向振型声压分布云图. 空腔内声压分布连续,与纯圆柱空腔振型分布基本一致,前 4 阶轴向声振频率分别为 174,360,547,739 Hz,其中 1 阶声振频率与试验结果(177 Hz)非常一致,说明某固体火箭发动机出现了以轴向 1 阶声振频率为主导的不稳定燃烧.

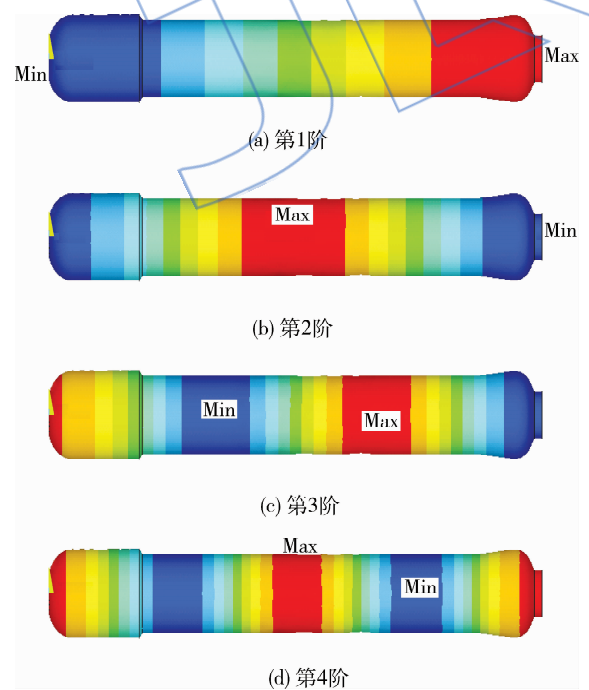


图 5 前 4 阶轴向振型声压分布

轴向 1 阶声振频率压力振荡是众多固体火箭发动机中容易出现的不稳定燃烧现象. 燃烧室内阻尼系数是空腔轴向 1 阶声振频率的函数. 因此,通过声振频率随燃面退移的变化规律可以判断燃烧室内阻尼系数的变化规律,进而利用不稳定燃烧线性理论判断某固体火箭发动机在不同工作时刻下的稳定性. 对某固体火箭发动机不同工作时刻的空腔结构进行了有限元声模态分析,图 6 所示为某固体火箭发动机前两阶轴向声振频率随燃烧时间的变化. 由图可以看出,随着燃面的退移,前两阶轴向声振频率基本呈现先减小后增大的趋势. 在发动机工作初始时刻,发动机轴向 1 阶声振频率为 147 Hz,轴向 2 阶声振频率为 323 Hz,由于

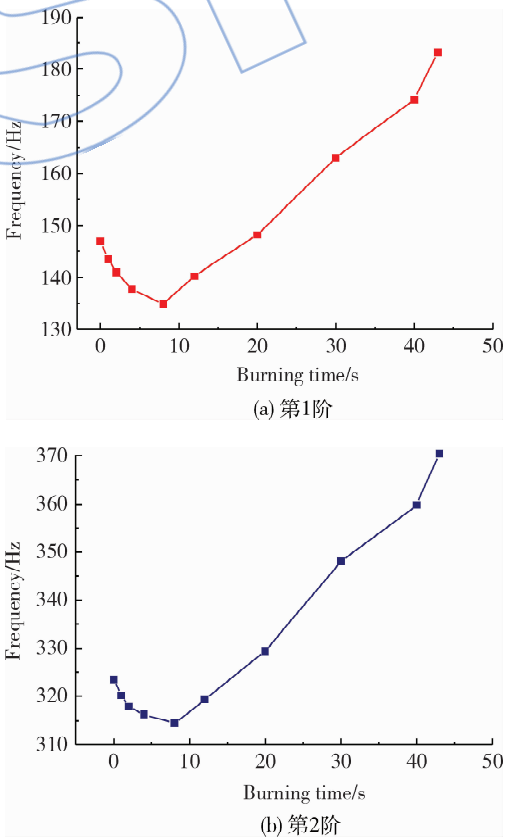


图 6 某固体火箭发动机前两阶轴向声振频率随燃烧时间的变化

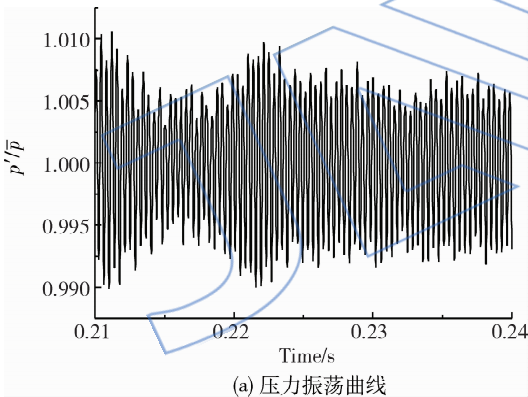
Fig. 6 Variation of first two axial acoustic frequencies with burning time for a solid rocket motor

Fig. 5 Acoustic pressure distribution of first four axial vibration modes

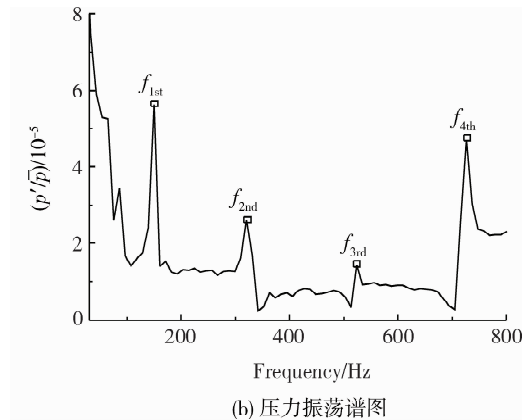
发动机内腔三维结构复杂,与圆柱空腔相比较,轴向 2 阶声振频率并非轴向 1 阶声振频率的整数倍.发动机工作至 9 s 左右,发动机头部翼柱基本消失,形成头部空腔,燃烧室空腔 1 阶与轴向 2 阶声振频率达到最小值,分别为 135 Hz 与 315 Hz.之后,随着装药的进一步燃烧,空腔声振频率逐渐增大.直到发动机工作结束,燃烧室声腔 1 阶与 2 阶声振频率分别达到 183 Hz 与 370 Hz.此时,空腔声振频率与纯圆柱声振频率基本接近(理论值分别为 179,358 Hz),而且 1 阶与 2 阶声振频率基本满足倍频关系.

3.2 某固体火箭发动机压力振荡特性

首先对某固体火箭发动机不同工作时刻进行了稳态流场计算,在此基础上进行了大涡模拟数值计算.为了记录压力随时间的振荡过程,在某固体火箭发动机头部(0.01,0.01) m 处设置了压力监测点.对压力振荡数据进行快速傅里叶分析,得到了不同工作时刻下的压力振荡特性(压力振幅及声振频率).某固体火箭发动机压力振荡情况见图 7~图 9.高频振荡易于被推进剂中的微粒抑



(a) 压力振荡曲线



(b) 压力振荡谱图

图 7 某固体火箭发动机工作至 20 s 时
压力振荡特性

Fig. 7 Pressure oscillation characteristic at burning
time of 20 s for a solid rocket motor

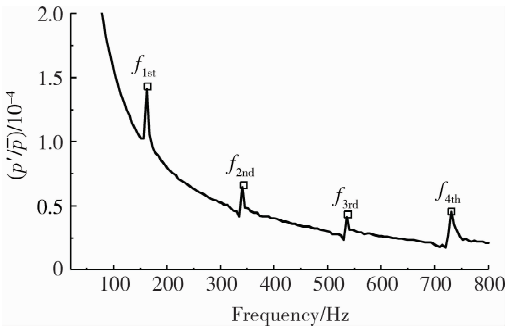


图 8 某固体火箭发动机工作至 30 s 时压力振荡谱图
Fig. 8 Pressure oscillation spectrum at burning
time of 30 s for a solid rocket motor

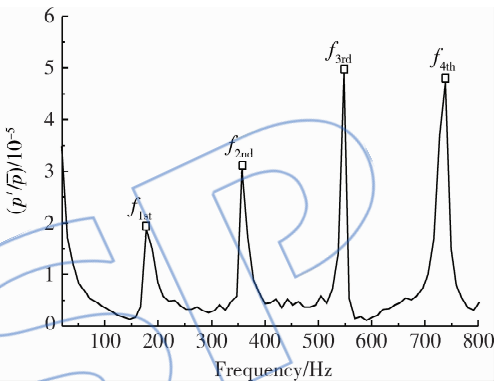


图 9 某固体火箭发动机工作至 40 s 时压力振荡谱图
Fig. 9 Pressure oscillation spectrum at burning
time of 40 s for a solid rocket motor

制,某固体火箭发动机出现的压力振荡主要集中在低频范围内,此外,为了便于和有限元计算结果进行对比,本文仅对前 4 阶轴向声振频率进行分析.

某固体火箭发动机工作至 20 s 时开始出现了微小的压力振荡现象,由试验所得压力振荡谱图可知,该时刻轴向 1 阶声振频率为 140 Hz 左右.图 7 所示为某固体火箭发动机压力振荡特性,燃烧室中出现了较为明显的压力振荡,而且具有一定的周期性.对振荡数据进行了快速傅里叶分析,得到了压力振荡谱图,如图 7(b)所示,图中 4 个波峰对应的频率为前 4 阶轴向声振频率,分别为 150,320,520,725 Hz.与有限元分析(FEA),FLUENT 软件计算所得前 4 阶轴向声振频率及试验结果对比如图 10 所示.FLUENT 计算结果与有限元结果非常吻合,试验所得压力振荡频率与轴向 1 阶声振频率基本接近,表明某固体火箭发动机确实出现了以 1 阶声振频率为主导的不稳定燃烧现象.

图 8 为某固体火箭发动机工作至 30 s 时的压

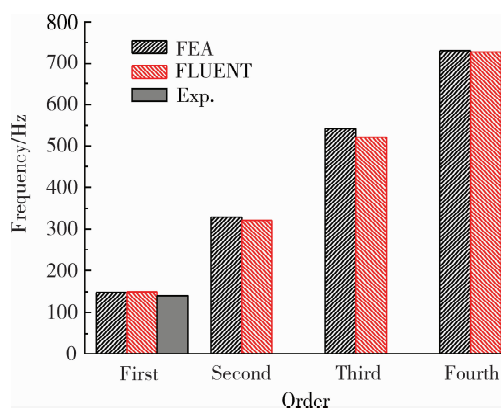


图 10 前 4 阶轴向声振频率对比
Fig. 10 Comparison of first four axial acoustic frequencies

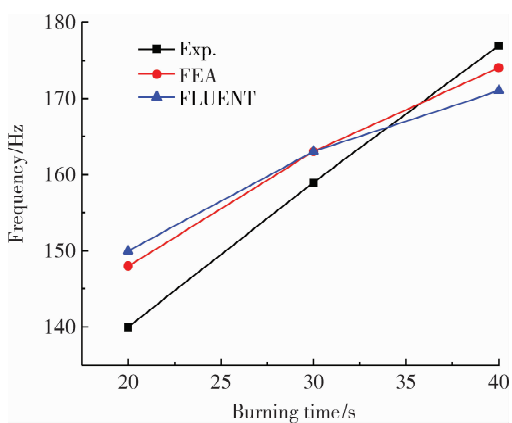


图 11 振荡频率随燃烧时间的变化
Fig. 11 Variation of oscillation frequency with burning time

力振荡谱图。当发动机工作至 30 s 时,燃烧室内开始出现压力振荡现象,无量纲压力振幅从 0.024%增至 0.084%,压力声振频率从 140 Hz 增大至 159 Hz。由数值计算结果也可看出,发动机工作至 20 s 时,轴向 1 阶声振频率为 150 Hz 左右,相应振幅为 0.006%;发动机工作至 30 s 时,轴向 1 阶声振频率增加至 163 Hz,对应振幅增大至 0.014%。数值计算结果变化趋势与试验变化趋势基本一致。

数值计算结果较飞行试验所得的幅值很小,而且飞行试验中压力振荡主要集中在轴向 1 阶声振频率处,高频处没有监测到压力振荡现象。这是由于数值计算仅能获得流动不稳定性对压力振荡特性的影响,无法考虑到推进剂的压力耦合响应的影响,而且随着燃面的退移,燃烧室主流速度逐渐减小,流动不稳定性对压力振荡的影响逐渐减小。因此,发动机工作至 40 s 左右时数值计算结果与试验结果有所偏差。在实际发动机工作过程中,推进剂压力耦合响应是引起压力振荡的主要增益,该影响只能通过试验的方法来测得。此外,高能推进剂中的金属颗粒对高阶声振频率下的压力振荡有较强的抑制作用,所以飞行试验数据所得压力振荡谱图中仅出现了 1 阶声振频率压力振荡。

对某固体火箭发动机 3 个典型工作时刻的压力振荡特性进行综合分析,结果见图 11 与图 12。图 11 为振荡频率随燃烧时间的变化,试验结果、有限元计算结果及 FLUENT 计算结果均有相同的变化规律,随着燃面退移,燃烧室空腔 1 阶声振频率呈增大趋势,与图 6(a)结果一致。图 12 所示为轴向基频对应的压力振幅随时间的变化,可以看出,随着燃烧的进行,压力振幅逐渐增大,在发

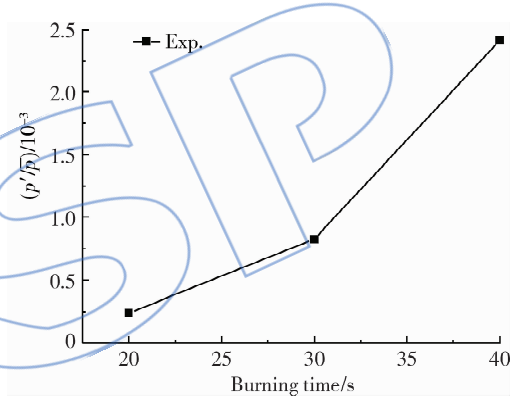


图 12 压力振幅随燃烧时间的变化
Fig. 12 Variation of pressure amplitude with burning time

动机工作末期,压力振荡最为严重。
某固体火箭发动机在工作的过程中,工作压力的变化不大,这表明推进剂的压力耦合响应变化不大。此外,流动不稳定性对压力振荡的影响随燃面退移而削弱,然而,发动机的不稳定燃烧程度却越来越严重。因此,还需要对发动机内的阻尼特性进行分析,利用比较成熟的不稳定燃烧线性理论对某固体火箭发动机的工作稳定性进行预估。

3.3 不稳定燃烧线性预估理论

线性稳定性理论以燃烧室内的一维波动方程为基础,研究小扰动振幅随时间的变化规律。燃烧室压力 p 可表示为^[13-14]
$$p = \bar{p} + p' = \bar{p} + p_0 e^{at} e^{j(\omega t + k_n x)} \tag{4}$$
其中 p_0 为声压的零-峰幅值, ω 为角频率。
若 $\alpha > 0$,小扰动有增长趋势,表现为燃烧不稳定性;若 $\alpha < 0$,则具有稳定性。增长常数 α 可表示为各种增益、阻尼效果之和,如式(5)所示。

$$\alpha = \alpha_{pc} + \alpha_{vc} + \alpha_{dc} + \alpha_n + \alpha_p + \alpha_{mf} + \alpha_g + \alpha_w + \alpha_{st} \tag{5}$$

式中系数依次为压力耦合响应系数、速度耦合响应系数、分布燃烧增益系数、喷管阻尼系数、惰性微粒阻尼系数、平均流作用系数、气相阻尼系数、壁面耗散阻尼系数与结构阻尼系数。分别确定各个常数,即可预估发动机的稳定性。

固体火箭发动机中声能损失主要有喷管阻尼,壁面阻尼及微粒阻尼,微粒的种类、含量及其粒径大小对微粒阻尼的影响较大,根据最佳粒径理论,大颗粒抑制低频率振荡,小颗粒抑制高频率振荡。由于微粒的含量固定及粒径大小固定,在燃烧室工作过程中,微粒阻尼保持不变。

喷管阻尼占发动机总阻尼的很大一部分,可用喷管声导纳函数表征其大小。在轴向振型及切向/轴向混合振型中,声能在喷喉处会被吸收或者辐射掉一部分。对于轴向振型,喷管阻尼尤为明显,根据工程经验公式,喷管对轴向振型的阻尼系数可表示为^[1]

$$\alpha_n = -a \frac{J}{L} \tag{6}$$

其中 a 为声速, L 为发动机轴向长度, J 为发动机喉通比。随着燃面的退移,燃烧室中通气面积不断增大,从而喉通比下降,喷管阻尼系数也因此而减小。文献^[15]指出,无量纲推力振幅对压力振幅放大机理的关键参数是喉通比,放大比例与喉通比成反比,同样佐证了喉通比对发动机稳定性的影响。

声波在空腔内传播时,由于管壁的摩擦和气体的黏性将形成一个声振速度附面层,该区域中速度梯度和黏性力很大,必然会导致黏性损失。此外,壁面附近还会出现一个温度扰动的附面层,该层温度梯度较大,部分声能还会以导热形式损失,综合此两种形式的声能损失,工程上对壁面损失的预估可表示为^[1]

$$\alpha_w = -\epsilon f_{axial}^{1/2} / R \tag{7}$$

其中 ϵ 为修正系数,取 0.33; f_{axial} 为轴向声振频率, R 为空腔半径。同样可以看出,随着空腔半径的增大,壁面阻尼也不断减小。虽然轴向声振频率随燃面退移不断增大,但是增大的幅度较小,对整个壁面阻尼的影响不大。

重点考虑喷管阻尼和壁面阻尼随燃烧时间的变化,如图 13 所示。由图可以看出,随着燃面退移,喷管阻尼和壁面阻尼迅速减小,直至 25 s 左右以后,阻尼变化程度减小,此时,某固体火箭发动机由线性稳定状态变为线性不稳定状态,燃烧室

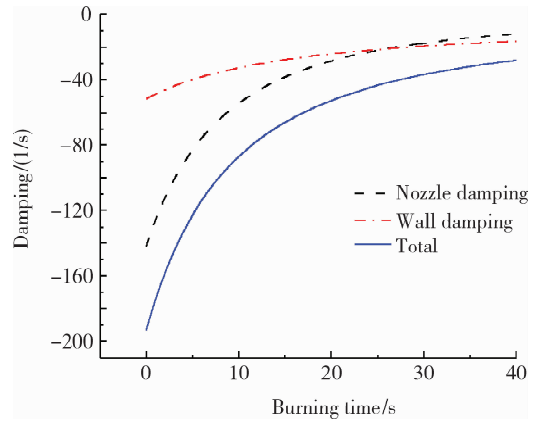


图 13 某固体火箭发动机喷管阻尼和壁面阻尼随燃烧时间的变化

Fig. 13 Variation of nozzle and wall dampings with burning time for a solid rocket motor

内开始出现明显的压力振荡,随着燃面进一步退移,阻尼也随之减小,压力振荡愈加严重,该振荡一直持续至发动机工作结束。

4 结 论

1) 高装填、大长径比、翼柱装药、高能推进剂的固体火箭发动机仍然存在压力振荡现象,且主要是以轴向 1 阶声振频率为主导的不稳定燃烧。

2) 随着燃烧的进行,轴向 1 阶与 2 阶声振频率呈现先减小后增大的趋势。

3) 发动机中阻尼随燃面退移不断下降,在工作末期,发动机由线性稳定状态转向线性不稳定状态,从而出现不稳定燃烧现象,而且不稳定燃烧程度逐渐加强直至燃烧结束。

参考文献:

[1] 孙维申. 固体火箭发动机不稳定燃烧[M]. 北京:北京工业学院出版社,1987.

[2] Blomshild F S. Historical perspective of combustion instability in motors; case studies[R]. AIAA 2001-3875, 2001.

[3] Dotson K W, Koshigoe S, Pace K K. Vortex driven pressure oscillations in Titan IV solid rocket motor upgrade [R]. AIAA 95-2732, 1995.

[4] Ribereau D, Pevergene T. Thrust oscillations passive control on large solid rocket motors[R]. AIAA 2005-4168, 2005.

[5] HU Daning, HE Guoqiang, LIU Peijing, et al. Study on instable combustion of solid rocket motor with finocyl grain [J]. Journal of China Ordnance, 2011, 7(1): 24-28.

[6] 马大猷. 现代声学理论基础[M]. 北京:科学出版社, 2006.

[7] 张峤, 李军伟, 王宁飞. 突变截面燃烧室声腔纵向振荡频率规律分析[J]. 航空动力学报, 2010, 25(7): 1653-1658.

ZHANG Qiao, LI Junwei, WANG Ningfei. Analysis on acoustic longitudinal oscillation frequency in combustion

chamber with sudden change sections[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(7): 1653-1658. (in Chinese)

[8] 杨向明, 刘佩进, 陈晓龙. 翼柱型装药固体火箭发动机燃烧室声场分析[J]. 宇航学报, 2008, 29(5): 1593-1597. YANG Xiangming, LIU Peijin, CHEN Xiaolong. Analyse of acoustic property with complicated grain shape in combustion chamber of solid rocket motor[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(5): 1593-1597. (in Chinese)

[9] Erlebacher G, Hussaini M Y, Speziale C G, et al. Toward the large-eddy simulation of compressible turbulent flows [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1992, 238(1): 155-185.

[10] ZHANG Qiao, LI Junwei, WANG Weichen, et al. Numerical analysis on oscillation characteristics in a tailpipe nozzle solid rocket motor[J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2011, 48(1): 103-109.

[11] Mason D R, Morstadt R A, Cannon S M. Pressure oscillation and structural vibrations in space shuttle RSRM and ETM-3 motors[R]. AIAA 2004-3898, 2004.

[12] 陈晓龙, 何国强, 刘佩进, 等. 潜入式喷管对燃烧室中压力振荡的影响[J]. 固体火箭技术, 2010, 33(3): 252-255. CHEN Xiaolong, HE Guoqiang, LIU Peijin, et al. Effect of submerged nozzle on pressure oscillation in chamber[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2010, 33(3): 252-255. (in Chinese)

[13] Blomshield F S. Lessons learned in solid rocket combustion instability[R]. AIAA 2007-5803, 2007.

[14] 王宁飞, 张峤, 李军伟, 等. 固体火箭发动机不稳定燃烧研究进展[J]. 航空动力学报, 2011, 26(6): 1405-1414. WANG Ningfei, ZHANG Qiao, LI Junwei, et al. Progress of investigation on combustion instability of solid rocket motors[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(6): 1405-1414. (in Chinese)

[15] ZHANG Qiao, WEI Zhijun, SU Wanxing, et al. Theoretical modeling and numerical study for thrust oscillation characteristics in solid rocket motors[J]. Journal of Propulsion and Power, 2012, 28(2): 312-322.

